|  |
| --- |
| MIET |
| **Лабораторный практикум 11. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)** |
| [Введите подзаголовок документа] |

|  |
| --- |
| 8191098  [Выберите дату] |

**Упражнение 11.1. Исследовать на совместность и** решить системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера. Если система несовместна или данные методы не подходят, то объяснить почему. Сделать проверку:

1.  2.  3. 

4.  5.  6. 

function x = kramer(A,b)

%Метод Крамера

C=[A b];n=length(A); % С-расширенная матрица

if (rank(A)==n)&(rank(C)==n)

DA=det(A);

nb=length(b);

D=zeros(nb,1);

for ik=1:nb

%Подставляем вектор b в позицию столбца ik и считаем определитель

D(ik)=det([A(:,1:ik-1),b,A(:,ik+1:end)]);

end

x=D./DA;

end

if (rank(A)==rank(C))&(rank(C)<n)

disp('Система совместна, но метод Крамера использовать нельзя')

end

if (rank(A)~=rank(C))

disp('Система несовместна')

end

end

1. >> A = [1 2 3;1 -3 2;1 1 1];

>> b = [7;5;3];

>> D=[A b];n=3; % D-расширенная матрица

>> R=[rank(A) rank(D) n] % проверим систему на совместност

R =

3 3 3

%система совместна

>> X = inv(A) \* b

>> A\*X - b % проверка решения

X =

1.0000

0

2.0000

ans =

1.0e-015 \*

-0.8882

-0.8882

-0.8882

>> x=kramer(A,b)

x =

1.0000

0

2.0000

2) >> A=[1 2 3; 1 -3 2; 2 4 6];

>> b=[7;5;14];

>> D=[A b];n=3; % D-расширенная матрица

>> R=[rank(A) rank(D) n] % проверим систему на совместност

R =

2 2 3

%Система совместна, имеет бесконечное количество решений, метод Крамера использовать нельзя

1. >> A=[3 -2 1 1;5 1 2 0;-1 1 -1 1;2 -1 6 -3];

>> b=[-8;-11;0;9];

>> D=[A b];n=4; % D-расширенная матрица

R=[rank(A) rank(D) n] % проверим систему на совместность

R =

4 4 4

%Система совместна

>> %Решим систему с помощью обратной матрицы: x=A^(-1)\*b

X = inv(A) \* b

A\*X – b % проверка решения

X =

-3.0000

-0.0000

2.0000

-1.0000

>> A\*X - b % проверка решения

ans =

1.0e-014 \*

0.1776

0

-0.1110

0.1776

>> x=kramer(A,b)

x =

-3.0000

-0.0000

2.0000

-1.0000

4) >> A=[3 -2 1 1;5 1 2 0; 9 -6 3 3;2 -1 6 3];

>> b=[-8;-11;0;9];

>> D=[A b];n=4; % D-расширенная матрица

R=[rank(A) rank(D) n] % проверим систему на совместность

R =

3 4 4

%Система не имеет решений

5) >> A=[2 -3 1;1 1 1;-4 6 -2];

>> b=[2;2;-4];

>> D=[A b];n=3; % D-расширенная матрица

R=[rank(A) rank(D) n] % проверим систему на совместность

R =

2 2 3

%Система совместна, но имеет бесконечное количество решений, методом Крамера решать нельзя

6) >> A=[2 1 -1 -3;4 0 1 -7;0 2 -3 1;2 3 -4 -2];

>> b=[2; 3; 1; 3];

>> D=[A b];n=4; % D-расширенная матрица

R=[rank(A) rank(D) n] % проверим систему на совместность

R =

2 2 4

%Система совместна, но имеет бесконечное количество решений, методом Крамера решать нельзя

**Упражнение 11.2.** Решить системы уравнений из упражнения 11.1 с помощью функции *solve*.

1) >> [x1,x2,x3]=solve('x1+2\*x2+3\*x3=7','x1-3\*x2+2\*x3=5','x1+x2+x3=3')

x1 =

1

x2 =

0

x3 =

2

2) >> [x1,x2,x3]=solve('x1+2\*x2+3\*x3=7','x1-3\*x2+2\*x3=5','2\*x1+4\*x2+6\*x3=14')

x1 =

31/5 - (13\*z)/5

x2 =

2/5 - z/5

x3 =

z

3) >> [x1,x2,x3,x4]=solve('3\*x1-2\*x2+x3+x4=-8','5\*x1+x2+2\*x3=-11','-1\*x1+x2-1\*x3+x4=0','2\*x1-x2+6\*x3-3\*x4=9')

x1 =

-3

x2 =

0

x3 =

2

x4 =

-1

4) >> [x1,x2,x3,x4]=solve('3\*x1-2\*x2+x3+x4=-8','5\*x1+x2+2\*x3=-11','9\*x1-6\*x2+3\*x3+3\*x4=0','2\*x1-x2+6\*x3-3\*x4=9')

Warning: Explicit solution could not be found.

> In solve at 81

x1 =

[ empty sym ]

x2 =

[]

x3 =

[]

x4 =

[]

5) >> [x1,x2,x3]=solve('2\*x1-3\*x2+x3=2','x1+x2+x3=2','-4\*x1+6\*x2-2\*x3=1-4')

Warning: Explicit solution could not be found.

> In solve at 81

x1 =

[ empty sym ]

x2 =

[]

x3 =

[]

6) >> [x1,x2,x3,x4]=solve('2\*x1+x2-x3-3\*x4=2','4\*x1+x3-7\*x4=3','2\*x2-3\*x3+x4=1','2\*x1+3\*x2-4\*x3-2\*x4=3')

x1 =

(7\*z1)/4 - z/4 + 3/4

x2 =

(3\*z)/2 - z1/2 + 1/2

x3 =

z

x4 =

z1

**Упражнение 11.3.** Найти общее решение и фундаментальную систему решений однородной системы уравнений. Сделать проверку.

1.  2.  3. 

1) >> A=[2 -3 1; 1 1 1; 3 -2 2]; %не полная матрица

>> A1=[2 -3 1 0; 1 1 1 0; 3 -2 2 0]; %полная матрица

>> rref(A1)

ans =

1.0000 0 0.8000 0

0 1.0000 0.2000 0

0 0 0 0

>> syms x1 x2 x3

>> X=[-0.8\*x3,-0.2\*x3,x3];

>> E1=[-0.8;-0.2;1];

>> E2=[0; 0; 0];

***%E1 и E2 - ФСР***

>> X0=x1\*E1+x2\*E2;

***%X0 – общее решение***

>> A\*X0

ans =

0

0

0

2) >> A=[1 2 4 -3; 3 5 6 -1; 4 4 -2 3;3 8 24 -19]; %не полная матрица

>> A1=[1 2 4 -3 0; 3 5 6 -1 0; 4 4 -2 3 0;3 8 24 -19 0]; %полная матрица

>> rref(A1)

ans =

1 0 0 0 0

0 1 0 0 0

0 0 1 0 0

0 0 0 1 0

***%свободных переменных нет, значит будет только одно решение все нули***

3) >> A=[1 0 1 0 1 0;0 1 0 -1 0 1;1 -1 0 0 1 -1;0 1 1 0 0 1;1 0 0 -1 1 0]; %не полная матрица

>> A1=[1 0 1 0 1 0 0;0 1 0 -1 0 1 0;1 -1 0 0 1 -1 0;0 1 1 0 0 1 0;1 0 0 -1 1 0 0]; %полная матрица

>> rref(A1)

ans =

1 0 0 -1 1 0 0

0 1 0 -1 0 1 0

0 0 1 1 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0

>> syms x1 x2 x3 x4 x5 x6

>> X=[x4-x5, x4-x6, -x4,x4,x5,x6];

%X

>> E1=[1;1;-1;1;0;0];

>> E2=[-1;0;0;0;1;0];

>> E3=[0;-1;0;0;0;1];

***%E1, E2 и E3 - ФСР***

>> X0=x1\*E1+x2\*E2+x3\*E3;

***%X0 – общее решение***

>> A\*X0

ans =

0

0

0

0

0

**Упражнение 11.4. Р**ешить систему линейных уравнений методом Гаусса. Сделать проверку (где это возможно сделайте проверку с помощью оператора левого деления).

1.  2.  3.

4.  5. 6.****

1) >> A=[3 -2 1 1; 5 1 2 0;-1 1 -1 1; 2 -1 6 -3]; %не полная матрица

>> A1=[3 -2 1 1 -8; 5 1 2 0 -11;-1 1 -1 1 0; 2 -1 6 -3 9]; %полная матрица

>> B=[-8;-11;0;9];

>> rref(A1)

ans =

1 0 0 0 -3

0 1 0 0 0

0 0 1 0 2

0 0 0 1 -1

>> A\B

ans =

-3.0000

-0.0000

2.0000

-1.0000

2) >> A=[2 3 -1 4;2 7 -3 0;0 4 -2 -1;2 -1 1 2;4 10 -4 1]; %не полная матрица

>> A1=[2 3 -1 4 0;2 7 -3 0 1;0 4 -2 -1 1;2 -1 1 2 -1;4 10 -4 1 1]; %полная матрица

>> B=[0;1;1;-1;1];

>> rref(A1)

ans =

1.0000 0 0.2500 0 -0.3750

0 1.0000 -0.5000 0 0.2500

0 0 0 1.0000 0

0 0 0 0 0

0 0 0 0 0

>> A2=[2 3 -1 4 0;2 7 -3 0 0;0 4 -2 -1 0;2 -1 1 2 0;4 10 -4 1 0];%однородная матрица

>> rref(A2)

ans =

1.0000 0 0.2500 0 0

0 1.0000 -0.5000 0 0

0 0 0 1.0000 0

0 0 0 0 0

0 0 0 0 0

>> syms x1 x2 x3 x4

>> X=[-0.25\*x3,0.5\*x3,x3,0];

>> E1=[-0.25;0.5;1;0];

>> E2=[0;0;0;0];

>> X0=x1\*E1+x2\*E2+[-0.625;0.75;1;0];

***%X0 – общее решение неоднородной системы***

***%проверка***

>> A\*X0

ans =

0

1

1

-1

1

3) >> A=[2 -1 3;3 1 -5;4 -1 1; 1 3 -13; 1 2 -8]; %не полная матрица

>> A1=[2 -1 3 3;3 1 -5 0;4 -1 1 3; 1 3 -13 -6; 1 2 -8 -3]; %полная матрица

>> rref(A1)

ans =

1 0 0 1

0 1 0 2

0 0 1 1

0 0 0 0

0 0 0 0

4) >> A=[2 -3 1; 1 1 1; -4 6 -2]; %не полная матрица

>> A1=[2 -3 1 2; 1 1 1 2; -4 6 -2 -4]; %полная матрица

>> B=[2;2;-4];

>> rref(A1)

ans =

1.0000 0 0.8000 1.6000

0 1.0000 0.2000 0.4000

0 0 0 0

>> A2=[2 -3 1 0; 1 1 1 0; -4 6 -2 0]; %однородная матрица

>> rref(A2)

ans =

1.0000 0 0.8000 0

0 1.0000 0.2000 0

0 0 0 0

>> syms x1 x2 x3

>> X=[-0.8\*x3,-0.2\*x3,x3];

>> E1=[-0.8;-0.2;1];

>> E2=[0;0;0];

>> X0=x1\*E1+x2\*E2+[0.8;0.2;1];

***%X0 – общее решение неоднородной системы***

***%проверка***

>> A\*X0

ans =

2

2

-4

5) >> A=[5 1 -1 -3;4 0 1 -7;0 2 -3 1; 2 3 -4 -2]; %не полная матрица

>> A1=[5 1 -1 -3 2;4 0 1 -7 3;0 2 -3 1 1; 2 3 -4 -2 3]; %полная матрица

>> rref(A1)

ans =

1 0 0 0 0

0 1 0 -10 5

0 0 1 -7 3

0 0 0 0 0

>> A2=[5 1 -1 -3 0;4 0 1 -7 0;0 2 -3 1 0; 2 3 -4 -2 0]; %однородная матрица

>> rref(A2)

ans =

1 0 0 0 0

0 1 0 -10 0

0 0 1 -7 0

0 0 0 0 0

>> syms x1 x2 x3 x4

>> X=[0,10\*x4,7\*x4,x4];

>> E1=[0;10;7;1];

>> E2=[0;0;0;0];

>> X0=x1\*E1+x2\*E2+[0;15;10;1];

***%X0 – общее решение неоднородной системы***

***%проверка***

>> A\*X0

ans =

2

3

1

3

6) >> A=[1 1 -1 1 -1;1 3 -2 0 0;1 3 -3 1 -1;1 1 -2 2 -2]; %не полная матрица

>> A1=[1 1 -1 1 -1 1;1 3 -2 0 0 2;1 3 -3 1 -1 1;1 1 -2 2 -2 0]; %полная матрица

>> rref(A1)

ans =

1 0 0 1 -1 1

0 1 0 -1 1 1

0 0 1 -1 1 1

0 0 0 0 0 0

>> A2=[1 1 -1 1 -1 0;1 3 -2 0 0 0;1 3 -3 1 -1 0;1 1 -2 2 -2 0]; %однородная матрица

>> rref(A2)

ans =

1 0 0 1 -1 0

0 1 0 -1 1 0

0 0 1 -1 1 0

0 0 0 0 0 0

>> syms x1 x2 x3 x4 x5

>> X=[-x4+x5,x4-x5,x4-x5,x4,x5];

>> E1=[-1;1;1;1;0];

>> E2=[1;-1;-1;0;1];

>> X0=x1\*E1+x2\*E2+[1;1;1;1;1];

***%X0 – общее решение неоднородной системы***

***%проверка***

>> A\*X0

ans =

1

2

1

0